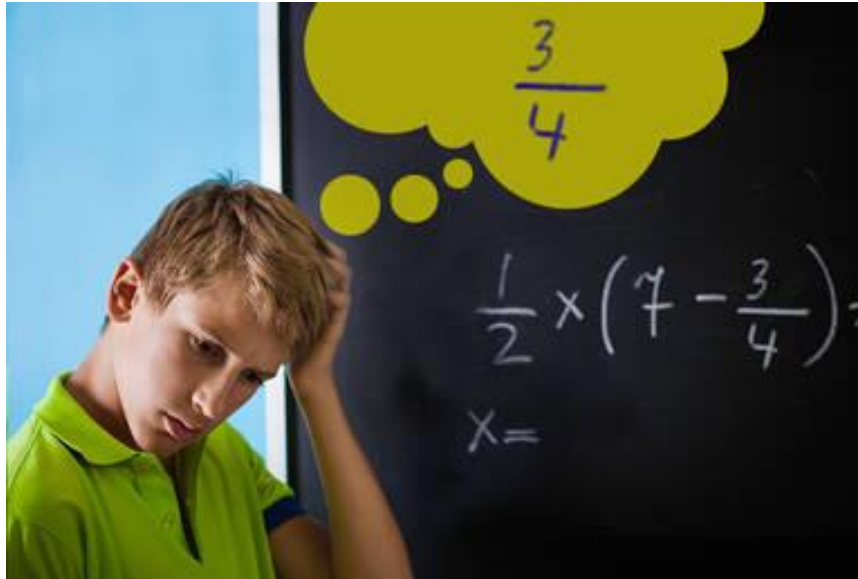


فصل ۱: عددهای صحیح و گویا

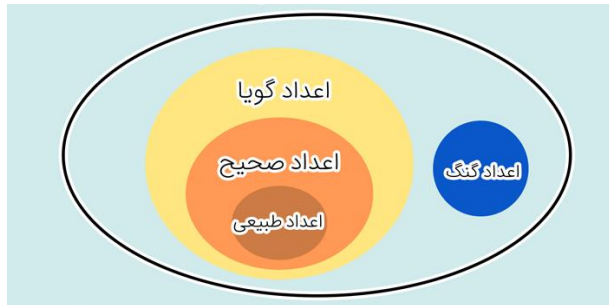


کتابچه در این فصل به آموزش:

- ✓ اعداد طبیعی، اعداد حسابی، اعداد صحیح، اعداد گویا و گنگ چه هستند؟ چرا به وجود آمدند؟
- ✓ یادآوری حسابات اعداد صحیح
- ✓ روش گوس و چند تکنیک برای حسابات
- ✓ نوشتن کسرها برابر چگونه است؟
- ✓ نوشتن کسر بین کسر
- ✓ جمع و تفریق کسرها چگونه انجام می شود؟
- ✓ ضرب و تقسیم کسرها چگونه انجام می شود؟

درس اول: یادآوری عددهای صحیح

بخش ۱: دسته بندی اعداد



اعداد طبیعی:

اعداد حسابی:

اعداد صحیح:

اعداد گویا:

اعداد گنگ:

نکته ۱: همه اعداد طبیعی، هم حسابی هستند، هم صحیح و هم گویا! چرا؟

نکته ۲: همه اعداد حسابی، هم صحیح هستند و هم گویا! ولی طبیعی نیستند! چرا؟

نکته ۳: همه اعداد صحیح، گویا هستند! ولی حسابی و طبیعی نیستند! چرا؟

نکته ۴: اعداد گنگ اشتراکی با بقیه دسته‌ها ندارند!

بخش ۲: یادآوری اعداد صحیح

❖ مواردی که باید از سال گذشته به خاطر داشته باشید:

✓ مقایسه اعداد صحیح

✓ قرینه یک عدد

✓ حرکت روی محورها

✓ جمع و تفریق اعداد صحیح

✓ ضرب و تقسیم اعداد صحیح

✓ محاسبه توان

✓ ترتیب عملیات

مثال ۱: اعداد خواسته شده را بنویسید.

الف: عددهای صحیح بین ۲ و ۴-

ب: عددهای صحیح کوچکتر از ۳-

ج: عددهای صحیح بزرگتر یا مساوی ۲-

مثال ۲: جدول را کامل کنید.

عدد	+۳	۰	۵ ^۲	$\sqrt{۴}$	$\frac{۳}{۱}$	-(-۲)	$-\frac{۲}{۳}$	۰/۷
طبیعی	✓							
صحیح	✓							

مثال ۳: پاسخ دهید.

ب: کوچکترین عدد صحیح نامنفی:

الف: بزرگترین عدد صحیح منفی:

د: کوچکترین عدد زوج طبیعی:

ج: کوچکترین عدد طبیعی:

و: بزرگترین عدد زوج منفی:

ه: کوچکترین عدد فرد طبیعی سه رقمی:

مثال ۴: محاسبات زیر را انجام دهید.

$$-(-17)+14-13-19=$$

$$^1 -(-7)-2+(-9)=$$

$$-18-(-4)-(-19)=$$

$$-24-97+100-23=$$

$$^2 4-4 \times 3^2 \div 6-(9-2^3)=$$

$$^1 -8+7-6+8-7+6=$$

$$-8+6-12+14-20+22=$$

$$3-(2-(1-7)-1)=$$

$$1^2-2^2+3^2-4^2=$$

$$-8-4 \div 2=$$

$$3-4 \times 5=$$

$$\frac{-36 \div 9 + (-16)}{-2 + 3[4 + (-10)]} =$$

$$(-25 + 25) + (-9 - 13) - (-14 + 15) =$$

$$-15 + [35 \div (-7)] =$$

مثال ۵: جدول زیر را طوری کامل کنید که مجموع اعداد هر سطر و ستون و قطر با هم برابر شود.

-۸		
	-۲	-۶
		۴

مثال ۶: جاهای خالی را به چند حالت می‌توان با + یا - پر کرد؟ همه حالت‌ها را بنویسید. بزرگترین و کوچکترین حاصل

$$-3 \square (+7) \square 2$$

کدام است؟

مثال ۷: جاهای خالی را با + یا - طوری پر کنید که یکبار حاصل بیشترین و یکبار کمترین مقدار ممکن شود.

$$-5 \square (-6) \square (+3) \square (-9)$$

بخش ۳: ایستگاه نکته

❖ ۳ نکته زیر را در محاسبات رعایت کنید:

نکته ۱: برای جمع اعداد یک سری منظم، که اعدادش یکی در میان مثبت و منفی هستند، ابتدا اعداد را دو به دو جمع می‌کنیم. بعد جواب نهایی رو حساب می‌کنیم.

مثال ۱: حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$-2+4-6+8-10+12=$$

$$-8+7-6+8-7+6=$$

$$-8+6-12+14-20+22=$$

نکته ۲: گاهی اوقات تغییر ترتیب جمع و تفریق محاسبه را بسیار ساده می‌کند.

مثال ۲: حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$-40+35+80-17-40=$$

$$-32-21+12+3 \times 7=$$

مثال ۳: الف: مجموع اعداد بین ۱۰۰ و ۱۰۰- را بیابید.

ب: مجموع اعداد بین ۱۰ و ۷- را بیابید.

نکته ۳: وقتی چند عدد با هم ضرب می‌شوند، اگر یکی از آن‌ها صفر باشد، حاصل نهایی صفر خواهد شد.

به خصوص در ضرب‌های طولانی این نکته را به یاد آورید.

مثال ۴: حاصل عبارت‌های زیر را بیابید.

$$(10-1)(9-1)(8-1)\dots(-9-1)(-10-1)=$$

$$(15-1)(15-2)(15-3) \times \dots \times (15-15) =$$

بخش ۴: روش گاوس

❖ داستان گاوس رو شنیدید؟

مثال ۱: مجموع اعداد یک تا ۱۰۰ را به دست آورید.



مثال ۲: مجموع اعداد یک تا n را به دست آورید. سپس به جای n یک عدد دلخواه جایگذاری کنید.

مثال ۳: مجموع اعداد ۵۰ تا ۱۸۰ را به دست آورید.

مثال ۴: حاصل $۳+۶+۹+...+۹۶+۹۹$ را به دست آورید.

فرمول مجموع اعداد با فاصله برابر:

فرمول تعداد اعداد با فاصله برابر:

مثال ۵: حاصل $۸+۱۱+۱۴+...+۱۵۴+۱۵۷$ را به دست آورید.

ایستگاه تمرین

۱. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$-20 + 2 \times (12 - 16)$$

$$-99 - 98 - 97 - \dots + 97 + 98$$

$$2(3(4(5-6)+3)+2) =$$

$$7 - 3(1 - 5(2-4) - 9) =$$

$$9 - 4 \times (5+3) \times (15 - 7 \times 2 + 3) =$$

$$\frac{-36 \div 9 + (-16)}{-2 + 3[4 + (-10)]} =$$

درس دوم: عددهای گویا

بخش ۱: تعریف عددهای گویا

❖ هر عددی که بتوان آن را به صورت کسر نوشت که صورت و مخرج آن صحیح باشد و مخرجش صفر نباشد.

❖ اعداد گویا را با Q نشان می‌دهیم.

مثال:

❖ عددهای طبیعی، حسابی، صحیح، کسری، اعشاری، مخلوط و رادیکال‌هایی که عدد زیر رادیکال مجذور کامل باشد، همه عدد گویا هستند.

مثال:

❖ اگر مخرج کسری صفر باشد، تعریف نشده است.

مثال:

❖ اگر صورت کسری صفر باشد، حاصل صفر است.

❖ اعداد گویا را چگونه روی نمودار نمایش دهیم؟

مثال:

❖ قرینه اعداد گویا مانند قرینه اعداد صحیح می‌باشد.

مثال:

نکته: علامت هر عدد گویا را می‌توانیم، جلوی کسر، در صورت یا مخرج قرار دهیم.

مثال:

مثال: قرینه عدد $\frac{4}{3}$ نسبت به $\frac{1}{3}$ چیست؟

بخش ۲: کسره‌های برابر

❖ اگر صورت و مخرج کسر را در عددی غیر صفر ضرب کنیم، کسر حاصل با کسر اولیه برابر است.

مثال:

❖ هر کسر گویا نمایش مختلف دارد.

❖ اگر در تساوی کسر مجهول وجود داشت، می‌توانیم با قاعده بالا مقدارش را محاسبه کنیم.

$$-\frac{2}{3} = -\frac{?}{6}$$

$$\frac{2}{10} = \frac{3}{?}$$

مثال:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow ad = bc$$

❖ زمانی که دو کسر برابر باشد، قاعده طرفین وسطین برقرار است.

$$\frac{5}{6} = \frac{x}{x+2}$$

مثال:

❖ برای اینکه یک کسر را تا جای ممکن ساده کنیم باید صورت و مخرجش را بر تقسیم کنیم.

مثال: تا حد امکان ساده کنید.

$$\frac{56}{210}$$

بخش ۳: مقایسه کسرها

❖ اگر مخرج کسرها با هم برابر باشد، کسری بزرگتر است که

مثال:

❖ اگر صورت کسرها با هم برابر باشد، کسری بزرگتر است که

مثال:

❖ اگر صورت و مخرج کسرها متفاوت بود و به هم نزدیک بودند، ابتدا مخرج مشترک می گیریم.

مثال:

❖ برای مقایسه کسرها می توانیم از مقدار تقریبی آنها نیز استفاده کنیم.

مثال:

بخش ۴: روش های پیدا کردن کسر بین کسر

روش اول: میانگین

❖ میانگین هر دو عدد دقیقا بین آنها قرار می گیرد، پس برای برای یافتن یک کسر بین دو کسر کافی است از آن دو میانگین بگیریم.

مثال: بین $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ یک کسر بیابید.

روش دوم: جمع صورت و مخرج

❖ اگر دو کسر داشته باشیم و صورتها را با هم جمع کرده و در صورت کسر جدید بنویسیم، سپس مخرجها را با هم جمع کنیم و در مخرج کسر جدید بنویسیم، کسر جدید حتما بین دو کسر قبلی خواهد بود.

❖ به زبان ریاضی: $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$

مثال: الف: یک کسر بین $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ بیابید.

ب: دو کسر دیگر نیز بین آنها بیابید.

روش سوم: هم مخرج کردن

حالت اول: گاهی اوقات به محض اینکه دو کسر را هم مخرج می‌کنیم، یک یا چند کسر بین آن دو ظاهر می‌شوند.

مثال: دو کسر بین $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{5}$ بیاید.

حالت دوم: گاهی اوقات بعد از آن که دو کسر را هم مخرج کردیم، کسری بین آن‌ها ظاهر نمی‌شود، در این صورت باید صورت و مخرج هر دو کسر را در **یکی بیشتر از آن تعداد کسری که می‌خواهیم ضرب کنیم**.

مثال: پنج کسر بین $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$ بیاید.

نکته: بین دو عدد گویا عدد گویا وجود دارد.

ایستگاه تمرین

۱. کدام گویا نیست؟

(الف) $\sqrt{13}$ (ب) $\sqrt{25}$ (ج) $\sqrt{49}$ (د) $\sqrt{81}$

۲. دور اعداد گویا خط بکشید.

$-\frac{17}{\sqrt{9}}$ و $-\frac{\sqrt{13}}{13}$ و $\sqrt{\frac{48}{3}}$ و $-\frac{0}{7}$ و $\frac{7}{8}$

۳. نقاط را روی محور نشان دهید.

$$A = -3\frac{1}{4}$$

$$B = +\frac{14}{5}$$

$$C = \frac{5}{8}$$

۴. سه کسر مساوی کسرهای داده شده بنویسید.

$$+\frac{6}{10} = \text{---} = \text{---} = \text{---}$$

$$-3\frac{5}{4} = \text{---} = \text{---} = \text{---}$$

۵. حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین شکل ممکن بنویسید.

$$\frac{(-128) \times (-98)}{+49 \times (-96) \times (-20)} =$$

۶. سه کسر بین $\frac{1}{6}$ و $\frac{5}{8}$ بنویسید.

۷. چهار کسر بین $-\frac{6}{7}$ و $-\frac{5}{6}$ بنویسید.

۸. یک کسر بیابید که دقیقاً بین $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ باشد.

۹. در هر دسته کسرها را از کوچک به بزرگ بنویسید.

الف) $\frac{7}{8}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 2, -3\frac{5}{6}$

ب) $\frac{16}{7}, -\frac{3}{4}, 2/75, -\frac{5}{6}, 4\frac{3}{5}, \frac{56}{13}$

درس سوم: جمع و تفریق اعداد گویا

❖ می‌توانیم جمع و تفریق اعداد گویا را روی محور نشان دهیم.

مثال:

❖ برای اینکه دو یا چند کسر را با هم جمع یا تفریق کنیم، دو حالت وجود دارد:

(۱) مخرج برابر داشته باشند.

مثال:

(۲) مخرج نابرابر داشته باشند. در این حالت باید مخرج مشترک ایجاد کنیم.

مثال:

❖ بهترین مخرج مشترک برای چند کسر است.

مثال:

❖ اگر عدد مخلوط یا اعشاری داشتیم، می‌توانیم همه را به کسر تبدیل کنیم، سپس حاصل را محاسبه کنیم.

مثال:

❖ در اعداد مخلوط باید به رابطه زیر دقت کنید.

$$2\frac{3}{4} = 2 + \frac{3}{4}$$

$$-2\frac{3}{4} = -2 - \frac{3}{4}$$

مثال:

ایستگاه تمرین

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$-\frac{11}{12} + \frac{5}{8} - \frac{1}{60} =$$

$$-\frac{13}{72} - \frac{7}{18} + \frac{3}{4} - \frac{5}{12} =$$

$$-\frac{5}{54} - \frac{6}{45} =$$

$$\left(-\frac{4}{7}\right) + \left(+\frac{3}{5}\right) =$$

$$\frac{8}{75} - \frac{9}{50} + \frac{4}{5} =$$

$$\left(-\frac{7}{20}\right) - \left(-\frac{8}{35}\right) =$$

$$5 - \left(\frac{1}{8} - 3\frac{5}{12}\right) =$$

درس چهارم: ضرب و تقسیم اعداد گویا

بخش ۱: ضرب اعداد گویا

❖ زمانی که می‌خواهید دو یا چند کسر را در هم ضرب کنید، مراحل زیر را انجام دهید.

(۱) علامت را تعیین کنید.

(۲) صورت و مخرج‌ها را تا جای امکان ساده کنید.

(۳) صورت را در صورت و مخرج را در مخرج ضرب کنید.

مثال:

❖ اگر عدد مخلوط یا اعشاری وجود داشت، آن را به کسر تبدیل کنید.

مثال:

بخش ۲: معکوس عدد گویا

❖ برای به دست آوردن معکوس یک عدد گویا، باید صورت و مخرج کسر را جا به جا کنیم.

مثال:

نکته ۱: حاصل ضرب هر عدد گویا در معکوسش برابر می‌شود.

مثال:

نکته ۲: یک تقسیم بر هر عدد گویا می‌شود.

مثال:

بخش ۳: تقسیم اعداد گویا

❖ زمانیکه دو کسر را بر هم تقسیم می‌کنیم، مراحل زیر را باید انجام دهیم:

(۱) کسر اول را بدون تغییر می‌نویسیم.

(۲) به جای تقسیم، ضرب می‌نویسیم و کسر دوم را معکوس می‌کنیم.

(۳) حال مثل قبل ضرب را محاسبه می‌کنیم.

مثال:

❖ برای تقسیم کسرها می‌توانیم از قاعده «**دور در دور نزدیک در نزدیک**» هم استفاده کنیم.

مثال:

سوال: قاعده دور در دور نزدیک در نزدیک را با تقسیم اثبات کنید.

❖ در محاسبات اعداد گویا نیز ترتیب عملیات مثل گذشته صادق است.

ایستگاه تمرین

۱. تنها عدد گویا که معکوس ندارد چیست؟

۲. معکوس کدام اعداد برابر با خودشان می شود؟

۳. حاصل ضرب $2\frac{3}{5}$ - در کدام عدد برابر ۱- می شود؟

۴. حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$\left(-\frac{3}{8}\right) \times \left(-\frac{4}{5}\right) =$$

$$\left(+3\frac{1}{8}\right) \times \left(-4\frac{4}{5}\right) =$$

$$\left(-2\frac{1}{3}\right) \div \left(-\frac{1}{15}\right) =$$

$$\frac{-\frac{8}{5}}{+\frac{2}{25}} =$$

$$\left[\left(-\frac{1}{8}\right) + \left(-\frac{1}{6}\right)\right] \times (-3 + 27) =$$

$$\left(-\frac{3}{10}\right) \times \left[\left(-\frac{3}{4}\right) - \left(-\frac{1}{3}\right)\right] =$$

$$\left(-\frac{4}{9} + \frac{1}{6}\right) \div \left(-\frac{2}{3}\right) =$$

$$\left[\left(-\frac{5}{8}\right) + \left(+\frac{1}{12}\right)\right] \div \left(-\frac{13}{8}\right) =$$

$$\left(-2\frac{5}{6} + 3\frac{1}{2}\right) \div \left(-1 - \frac{1}{9}\right)$$

$$-\frac{1}{2} + \frac{-5}{6} \div \frac{7}{3} \times \frac{7}{5} + \frac{2}{3}$$

درس پنجم: مطالب تکمیلی**بخش ۱: کسره‌های مختوم و متناوب**

مثال: عدد اعشاری متناظر با هر کسر را بنویسید.

$$\frac{14}{50}$$

$$\frac{3}{8}$$

$$\frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{5}{6}$$

❖ **نمایش اعشاری مختوم یا متناهی:** کسری که در نماد اعشاری آن تعداد ارقام بعد اعشار متناهی باشد.

❖ **نمایش اعشاری متناوب:** کسری که در نماد اعشاری آن قسمت اعشاری انتها نداشته باشد، و اعداد از یکجایی به بعد تکرار شوند.

مثال:

نکته: کسره‌های متناوب خود به دو دسته متناوب ساده و مرکب تقسیم می‌شوند. متناوب ساده آن‌هایی است که بلافاصله بعد از اعشار تناوب و تکرار شروع می‌شود. متناوب مرکب آن‌هایی است که ابتدا یک یا چند رقم بعد از اعشار می‌آید، سپس تکرار شروع می‌شود.

مثال:

تشخیص مختوم یا متناوب بودن بدون تبدیل به نماد اعشاری

برای این کار ابتدا کسر را تا جای ممکن ساده می‌کنیم. اگر در تجزیه مخرج کسر فقط عوامل اول ۲ یا ۵ حضور داشت، مختوم است. اگر عاملی غیر از ۲ یا ۵ در مخرج وجود داشت کسر متناوب خواهد بود.

مثال:

بخش ۲: کسره‌های مرکب و کسره‌های مسلسل

❖ **کسر مرکب:** به کسره‌های بزرگی که در صورت و مخرجشان محاسبات کسری دیگری وجود دارد، کسر مرکب می‌گوییم. برای محاسبه این کسرها باید صورت و مخرج آن‌ها را جداگانه حساب کرده و در آخر ساده کنیم.

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{5} - \frac{3}{4}}{\frac{3}{2} - \frac{1}{5} + \frac{3}{10}}$$

مثال: کسر مقابل را ساده کنید.

❖ **کسر مسلسل:** به کسرهایی که مشابه مثال زیر کسر مسلسل می‌گوییم. برای ساده کردن این کسرها کافی است از پایین‌ترین مخرج شروع کنیم.

$$\frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}$$

مثال: کسر مقابل را ساده کنید.

ایستگاه تمرین

۱. نمایش اعشاری کسرهای زیر را بیابید و مشخص کنید کدام یک مختوم و کدام یک متناوب هستند.

$$\frac{1}{33}$$

$$\frac{1}{4000}$$

$$\frac{13}{21}$$

$$\frac{17}{5}$$

$$\frac{3}{17}$$

$$\frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{55}$$

$$\frac{7}{30}$$

۲. کدام یک نمایش اعشاری مختوم دارند؟

۳. حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$2 - \frac{1}{2} = \frac{4}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$2 + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{2}{2} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} - \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} - \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} \div \frac{1}{4} = 5$$